Séquence 5 :

Représentation graphique et algébrique de fonctions

I. Courbes représentatives

Activité 4 p. 215 : découverte de courbes représentatives.

A. Fonction définie sur un intervalle ou sur une réunion finie d'intervalles

Définition : L'ensemble de définition d'une fonction f est formée de tous les nombres x pour lesquels $f(x)$ existe. On le note généralement D ou Df si plusieurs fonctions interviennent dans l'énoncé.

On définit une fonction f sur D en associant à chaque nombre réel x de D un unique nombre réel noté $f(x)$.

x s'appelle la variable et $f(x)$ est l'image de x par f.

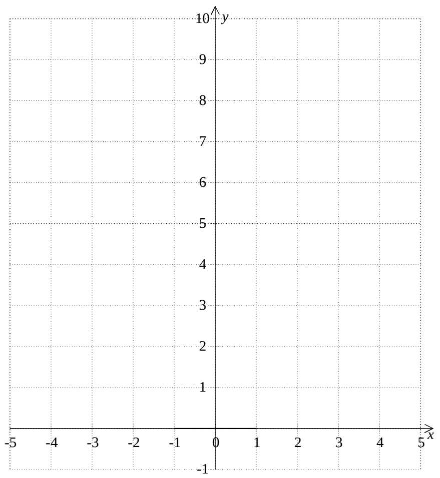
Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on appelle courbe représentative de f l'ensemble des points du plan de coordonnée $(x\,;y)$, vérifiant $y = f(x)$, le réel x prenant toutes les valeurs possibles de D. On note généralement Cf la courbe représentative d'une fonction.

Vocabulaire : $y = f(x)$ signifie que x est un antécédent de y par f.

$y = f(x)$ est une équation de la courbe Cf dans le repère donné.

Exemples :

- Tracer de la courbe représentative de la fonction $f(x) = x^2 + x$ sur $[-1; 1]$
- Donner le domaine de définition de la fonction $f(x) = \frac{3x+4}{2x+1}$



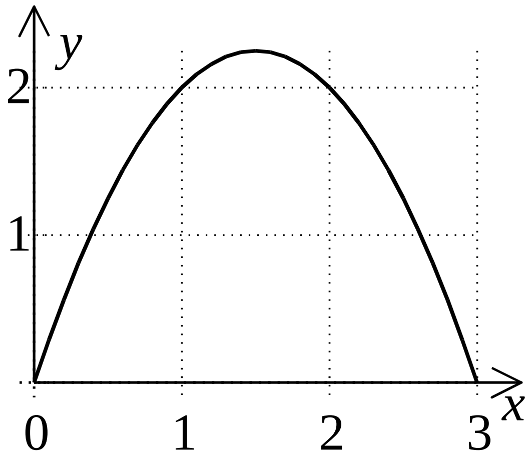
Exercices d'applications : capacité 7 p. 221, exercices 88 et 89.

B. Résolutions graphiques d'équations et d'inéquations.

Propriétés : Soit Cf la courbe représentative d'une fonction f définie sur un intervalle D dans un repère donné. Soit k un réel.

1) Les solutions dans D de l'équation $f(x) = k$ sont les abscisses des points d'intersection de Cf et de la droite d'équation $y = k$.
2) Les solutions dans D de l'inéquation $f(x) < k$ sont les abscisses des points de Cf situés strictement en-dessous de la droite d'équation $y = k$.

Exemple : Soit f la fonction définie sur [-1 ;3] par $f(x) = -x^2 + 3x$. Résoudre graphiquement $f(x) = 2$ et $f(x) < 2$.



C. Fonction paire et impaire

On considère une fonction f définie sur un ensemble D, de courbe représentative Cf.

Définition : La fonction f est paire si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- Pour tout réel x de D, $-x$ appartient à D.
- Pour tout x de D, $f(-x) = f(x)$.

La fonction f est impaire si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- Pour tout réel x de D, $-x$ appartient à D.
- Pour tout x de D, $f(-x) = -f(x)$.

Propriété :

- Si f est paire, alors Cf est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- Si f est impaire, alors Cf est symétrique par rapport à l'origine du repère (Symétrie Centrale).

II. Résolutions algébriques d'équations et d'inéquations :

A. Résolution d'équations

Propriétés :

- L'équation produit $A(x) \times B(x) = 0$ est équivalente à $A(x) = 0$ **ou** $B(x) = 0$.
- L'équation quotient $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ est calculable pour $B(x) \neq 0$ et est équivalente à $A(x) = 0$ et $B(x) \neq 0$.

Exercices d'applications : 121, 124, 126 p. 105

B. Résolution d'inéquations

1) Signe de $ax + b$

Rappel de propriétés sur les inéquations

Etude d’un exemple : résoudre l’inéquation $2x + 4 < 0$ et en déduire le signe de $2x + 4$ selon les valeurs de x . Résumer cela dans un tableau de signes.

Cas général :

2) Tableau de signes d'un produit ou d'un quotient :

Propriété : Règle des signes

- Le produit (quotient) de deux facteurs (termes)non nuls est positif si, et seulement si, les deux facteurs (termes) sont positifs ou négatifs.
- Le produit (quotient) de deux facteurs (termes)non nuls est négatif si, et seulement si, les deux facteurs (termes) sont de signes contraires.

Exemples :

- Signe du produit : $(2x-1)(x+3)$

- Signe du quotient : $\frac{1-x}{3x+4}$

- Résolution de l'inéquation : $\frac{2x-1}{3x+5} \leq 0$

Exercices d’application : Utiliser une méthode graphique ou numérique pour résoudre une équation ou une inéquation.

Capacité 8 ou exercices 92 ,93 et 94.

Capacité 9 et 10 p. 223 et exercices d’applications : 94,95,96,99,100