

Séquence 6

Variations et courbes représentatives de fonctions

I. Dérivée et variations d'une fonction :

Activité 1 et 2 p. 138 : découvrir le lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation de f.

Lien entre fonction dérivée et sens de variation :

Propriété :

- ✚ La fonction f est croissante sur I si, et seulement si, pour tout réel x de I , $f'(x) \geq 0$.
- ✚ La fonction f est décroissante sur I si, et seulement si, pour tout réel x de I , $f'(x) \leq 0$.
- ✚ La fonction f est constante sur I si, et seulement si, pour tout réel x de I , $f'(x) = 0$

Exemple : Capacité 2 p.141 ou 43 p149

II. Extremum d'une fonction :

Activité 3 p 139 : utilisation de la dérivée pour trouver a tel que $f(a)$ soit le maximum.

A. Définition :

Définition : On considère une fonction f définie sur un intervalle I et c et d deux réels de I .

- ✚ On dit que « f admet un maximum sur I atteint en c » si pour tout x de I , $f(x) \leq f(c)$. $f(c)$ est le maximum de f sur I .
- ✚ On dit que « f admet un minimum sur I atteint en d » si pour tout x de I , $f(x) \geq f(d)$. $f(d)$ est le minimum de f sur I .

L'étude des variations de f permet de déterminer ses extremums (maximums et minimums) éventuels.

On dit que f admet un **extremum local** en a s'il existe un intervalle ouvert J , inclus dans I , tel que f présente un extremum sur J en a .

B. Extremum local et nombre dérivé

Propriété :

Soit f une fonction dérivée sur un intervalle ouvert I et a un réel de I .

- ✚ Si f admet un extremum local en a , alors $f'(a) = 0$.

- ✚ Si la fonction dérivée f' s'annule en a en changeant de signe de part et d'autre de a , alors f admet un extremum local en a . La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est parallèle à l'axe des abscisses.

Exemples : exercices 33, 65, 67

C. Extremum d'une fonction polynôme de second degré

Activité : en utilisant le calcul des dérivées, retrouver l'expression de l'extremum d'une fonction polynôme de second degré.

D. Obtention d'inégalités

Il est possible de déduire le signe de la fonction $f(x)$ d'après son tableau de variation.

- 1) signe d'une fonction
- 2) position relative de deux courbes

Exemple : capacité 4 p. 143, exercices 72, 79, 80

Optimisation et algorithmique : Travail sur les capacités 6 et 7.

