Séquence 2

Dérivation – Partie 1

I. Taux de variation et nombre dérivé

A. Taux de variation d'une fonction entre deux réels

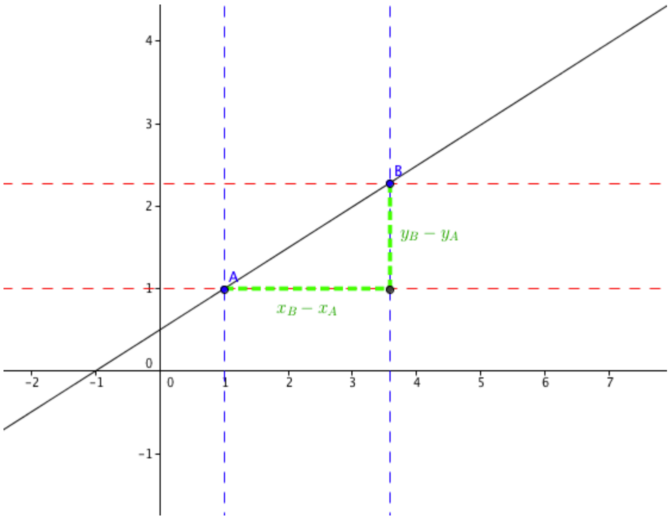
Définition 1 : On considère une fonction f définie sur un intervalle I. Soient a et b deux nombres réels distincts appartenant à I.

Le **taux de variation** ou **taux d'accroissement** de f entre a et b est le nombre réel égal à :

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

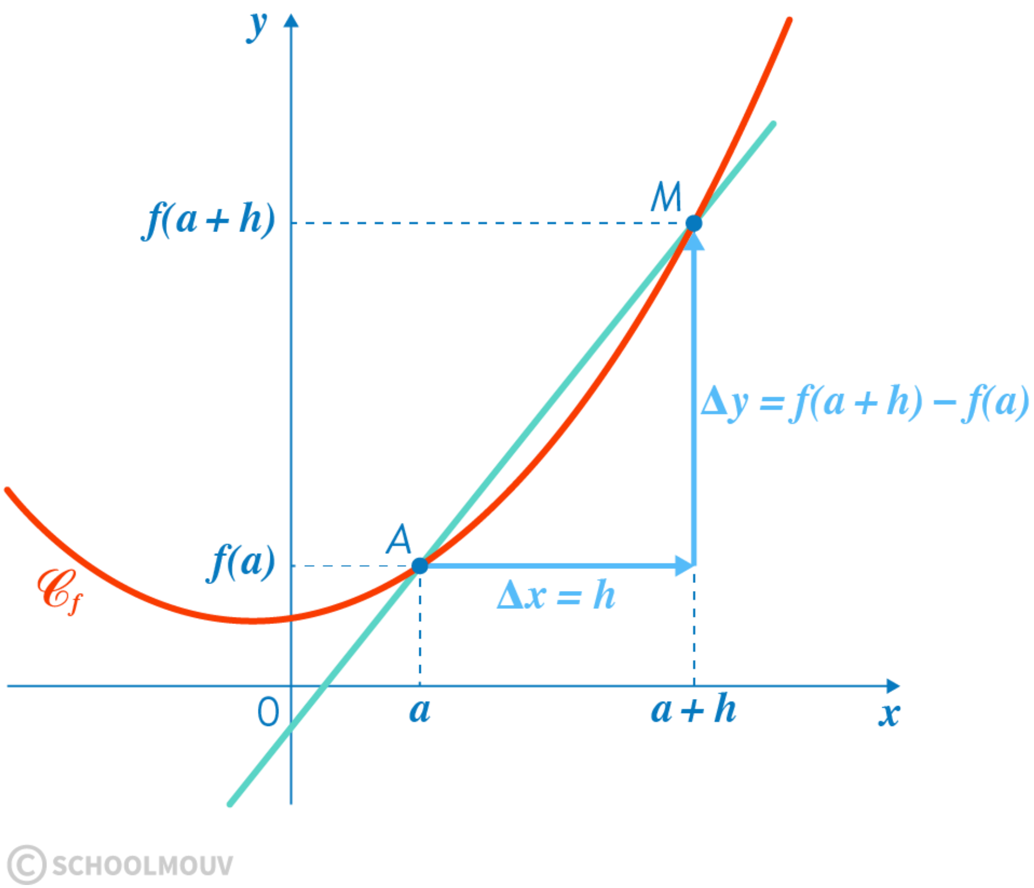
Interprétation géométrique : On considère dans un repère du plan, les point $\mathrm{A}\big(a : f(a)\big)$ et $\mathrm{B}\big(b, f(b)\big)$ de la courbe représentative de f. Le taux de variation de f entre a et b est le **coefficient directeur** de la droite (AB).

Rappel : comment calcule-t-on le coefficient directeur d'une droite ?



Exemples : 1 p. 104

2. Donner l'expression du taux de variation de f entre a et $a+h$? Que représente t'il géométriquement ?



Exercices 12, 13 et 14 p. 104

B. Notion de nombre dérivée :

Activité 1 p. 106 : introduction du nombre dérivée par la notion de vitesse instantanée.

Définition 2 : On considère la fonction f définie sur un intervalle I. Soient a un nombre réel de l'intervalle I et h un réel non nul tel que $a + h \in$ I.

On dit que la fonction f est **dérivable en a** lorsque le **taux de variation** de f entre les réels a et $a + h$ se rapproche d'un nombre réel L quand h se rapproche de 0.

Le réel L, limite du taux de variation lorsque h tend vers 0, est appelé **nombre dérivée de la fonction f en a**. On le note f'(a).

On écrit :

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Exemple : La fonction $f(x) = x^2$ est-elle dérivable en 1.

Capacité 1 p 109

Exercices d'applications :

II. Tangente à une courbe en un point :

A. Notion de tangente :

Activité 2 : introduction de la notion de nombre dérivée comme limite des pentes des sécantes à la courbe et introduction de la notion de tangente.

On considère une fonction f définie sur un intervalle I, a un réel de cet intervalle et C la courbe représentative de f.

Définition 3 : On suppose que f est dérivable en a. On note A le point de C de coordonnées$\left(a; f(a)\right)$ et M le point de C d'abscisse $a+h$, h étant un réel non nul tel que $a + h \in \mathrm{I}$.

La droite (AM) est une **sécante à la courbe C**. Son coefficient directeur est égale à :

$$\mathrm{T}(a) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Lorsque M décrit la courbe C, on obtient un faisceau de sécante passant par A à la courbe C.

Définition 4 : Lorsque f est dérivable en a, on appelle tangente en a à la courbe C la droite qui passe par A et de coefficient directeur $f'(a)$.

Capacité 2 p. 109

Exercices d'applications :

B. Equation réduite de la tangente :

Propriété 1 : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en un réel a de cet intervalle. On note C sa courbe représentative.

L'équation réduite de la tangente à la courbe C au point $A\left(a; f(a)\right)$ est :

$$\boldsymbol{y = f'(a)(x-a) + f(a)}$$

Démonstration :

Exemple : Donner l'équation de la tangente à la courbe $f(x) = x^2$ au point d'abscisse 4.

Capacité 3 p. 109

Exercices d'applications : 36 p 120